Trabajos en grupo (Temas 1 y 2)

15 de octubre de 2021

Instrucciones

El objetivo de estos “proyectos” es trabajar la capacidad de entender y utilizar un método numérico a partir de la bibliografía disponible. Para ello, se formarán grupos de cuatro o cinco alumnos, que

1. Buscarán información del método(s) en la bibliografía/internet.
2. Elaborarán una pequeña memoria donde se describa el método, sus aplicaciones y propiedades.
3. Crearán una hoja de Sage donde se aplique el método a unos cuantos ejemplos teóricos/aplicados.
4. Realizarán una breve presentación del trabajo realizado.

No todas las tareas han de ser realizadas por todos los integrantes del método, sino que cada uno se puede ocupar de una parte (y pueden hacerlo constar en la memoria). Se recomienda que al menos dos personas se encarguen de la parte de documentación del método y realización de la memoria y de la parte de su aplicación con Sage (para evitar erratas/errores).

La memoria debe mencionar la bibliografía, que será el conjunto de referencias utilizadas. En la memoria, se debe explicar el método y los resultados principales. Si la demostración de algún resultado es muy extensa, complicada o utiliza conceptos matemáticos no estudiados, no se incluirá y sólo se citará la bibliografía donde puede encontrarse. La memoria no debe ser extensa (10 páginas como máximo), pero es importante que no sea la transcripción literal de la bibliografía.

Enunciados

1. Una factorización de matrices con aplicaciones interesantes es la inducida por la **descomposición en valores singulares**. Un aplicación importante de dicha descomposición es obtener la **pseudoinversa** de una matriz, lo que permite resolver sistemas singulares o sin unicidad de soluciones. El trabajo consiste en describir la factorización, alguna de las aplicaciones y mostrar algún ejemplo.

   Bibliografía: [2, p. 258]

2. Una **matriz de Hessenberg superior** es una matriz que es "casi" triangular superior. De modo preciso, si $A = (a_{ij})$, A es de Hessenberg superior si $a_{ij} = 0$ si $j < i - 1$. Dada una matriz A cuadrada, existe una matriz de Hessenberg B y una matriz ortogonal P, tal que A y B son conjugadas por P, es decir, $B = P^t AP$. Dicha matriz B se puede calcular mediante el método de Householder. Además, si la matriz es simétrica, se transforma en una matriz tridiagonal. Como aplicación, se puede mirar algún algoritmo numérico en su versión para matrices tridiagonales (por ejemplo, el método QR de Francis-Kublanovskaya).

   Bibliografía: [3, p. 203]

3. El **método del gradiente conjugado** permite resolver un sistema lineal con matriz simétrica y definida positiva en sólo n iteraciones, donde n es el tamaño de la matriz. Esto lo convierte en un método muy útil para resolver sistemas de este tipo, en particular, para calcular mínimos de sistemas cuadráticos. Se pide describir el método, implementarlo y aplicarlo al cálculo de mínimos de una función (o cuádrica definida positiva).

   Bibliografía: [2, p. 204]

Referencias

[1] J. Stoer, and R. Bulirsch. 2002. Introduction to numerical analysis. Springer.

[2] D. Kincaid, y W. Cheney. 2002. Numerical analysis: mathematics of scientific computing. 3rd ed. Pacific Grove, California: Brooks-Cole.

[3] Alfio Quarteroni, Riccardo Sacco, and Fausto Saleri. 2006. Numerical Mathematics (Texts in Applied Mathematics). Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.